

1) Scrivendo e usando la definizione di limite, dimostrare che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 5 \ln(n)}{2 \ln(n)} = \frac{5}{2}$$

2) Calcolare il seguente limite utilizzando le stime asintotiche:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 \arctan\left(\frac{2}{n^5}\right)}{\left(3^{\sin\left(\frac{1}{n}\right)} - 1\right) \log_3\left(1 + \frac{5}{n^2}\right)} = ?$$

3)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[ \frac{n^3 - 2n - 1}{n^3 + 6n} \right]^{n^2 - x} = ?$  dove  $x$  è l'ultima cifra della sua matricola.

4) Calcolare il seguente limite utilizzando le stime asintotiche:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln\left(1 + \frac{n}{8e^n}\right) \left[ \sqrt{4 + \frac{4}{n^2}} - 2 \right]}{\sin\left(\frac{n}{e^n}\right) \left[ e^{1/2n^3} - 1 + 1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right) \right]} = ?$$

5) Determinare il carattere giustificando i passaggi e indicando anche il criterio usato.

(a)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}$

(b)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{1/n} - 1}{n+1}$

(c)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin^2(n)}{n^2}$

6) Data la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n+1}$$

determinare il carattere giustificando i passaggi e indicando anche il criterio usato. Se la serie converge, converge assolutamente o semplicemente?

---

Ogni risposta deve essere giustificata!