

1 – Da un pallone aerostatico, che sta salendo verticalmente ad una velocità di 10 m/s, ad una quota $h = 80$ m rispetto al suolo viene lasciata cadere una zavorra di massa $m = 5$ kg. Calcolare **a)** il tempo che la zavorra impiega per raggiungere il suolo, e **b)** la sua energia cinetica quando tocca il suolo.

2 – La forza richiesta per rimorchiare una barca in avaria è proporzionale alla sua velocità. Sapendo che per trascinare la barca ad una velocità costante $v_1 = 5.4$ km/h occorre impiegare una potenza di $9.5 \cdot 10^2$ W, calcolare **a)** il valore della costante di proporzionalità, e **b)** il lavoro compiuto dal rimorchiatore per trascinare la barca per 10 km ad una velocità costante $v_2 = 10.8$ km/h.

3 – Un vagone ferroviario di massa $m = 3.5 \cdot 10^4$ kg si muove ad una velocità $v_1 = 2.5$ m/s e urta un altro vagone di ugual massa che si sta muovendo ad una velocità $v_2 = 0.5$ m/s sullo stesso binario e nello stesso senso. Calcolare **a)** la velocità dei due vagoni dopo l'urto assumendo che questo sia elastico, e **b)** la variazione di energia meccanica (in valore assoluto e segno) nel caso invece che i due vagoni rimangano tra loro agganciati nell'urto.

4 – Un blocco di massa $m = 200$ g si muove di moto armonico lineare centrato sulla posizione $x = 0$. All'istante $t = 0$ lo spostamento del blocco è $x = 0.37$ m e la sua velocità è nulla. Sapendo che la frequenza dell'oscillazione è $f = 2/\pi$ Hz, **a)** scrivere l'equazione del moto del blocco, e **b)** calcolare il massimo valore della velocità della massa durante il moto.

5 – Un asteroide ruota intorno al Sole secondo un'orbita circolare con un raggio doppio rispetto alla distanza media Terra-Sole. Sapendo che la sua massa è $2.0 \cdot 10^{-4}$ volte quella della Terra, calcolare **a)** il periodo di rivoluzione in anni dell'asteroide, e **b)** i valori della sua energia cinetica e di quella potenziale.

[Massa del Sole: $1.99 \cdot 10^{30}$ kg; Massa della Terra: $5.97 \cdot 10^{24}$ kg; Distanza media Terra-Sole: $149.6 \cdot 10^6$ km; Costante gravitazionale $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ N·m²/kg²]

6 – Un uomo sta in piedi su una piattaforma che ruota senza attrito alla velocità di 2 giri/s. Egli tiene le braccia aperte e con ciascuna mano sostiene un peso. In questa condizione il momento di inerzia complessivo relativo a uomo + pesi + piattaforma è $I_1 = 6.0$ kg·m². Se, abbassando le braccia, l'uomo fa diminuire il momento di inerzia di 2.0 kg·m², calcolare **a)** il valore della velocità angolare finale della piattaforma e **b)** di quanto varia l'energia cinetica del sistema.

Possibili soluzioni (perchè spesso esistono cammini diversi per risolvere i problemi):

- 1 - **a)** oriento l'asse y verticalmente verso l'alto e con origine sul suolo: $y(t) = y_0 + v_0 t - gt^2/2$ con $y_0 = 80$ m e $v_0 = 10$ m/s. Ponendo $y(t)=0$ posso ottenere il tempo di caduta.
b) il modo + semplice è l'applicazione della conservazione dell'energia meccanica $KE_i + PE_i = KE_f + PE_f$. Se si riferisce l'energia potenziale al suolo si ha $mv_0^2/2 + mgh = mv_f^2/2 + 0$.
- 2 - **a)** se si pone $F = kv_1$, poichè $Pot = Fv_1$, si ha $k = Pot/v_1^2$, da cui si calcola k.
b) $F = kv_2$; da cui $W = Fs = k v_2 s$, dove $s = 10^4$ m.
- 3 - **a)** si conservano quantità di moto ed energia, essendo l'urto elastico. Come risultato dei calcoli (presenti sul libro e sui .ppt, e quindi disponibili durante la prova scritta) si ha che dopo l'urto i due vagoni si scambiano le velocità che avevano prima dell'urto, poiché le loro masse sono uguali.
b) l'urto è anelastico e si conserva quindi solo la quantità di moto: $mv_1 + mv_2 = 2mv$, da cui si può calcolare la velocità comune delle due masse dopo l'urto. L'energia cinetica prima e dopo l'urto sarà data rispettivamente da $KE_p = m(v_1^2 + v_2^2)/2$ e $KE_d = mv^2$. Poichè i due vagoni si muovono in piano e non c'è variazione di energia potenziale relativa al loro peso, la variazione di energia meccanica (trascurando termini dovuti a deformazioni delle strutture) sarà uguale alla differenza $KE_d - KE_p$, che avrà un valore negativo.
- 4 - **a)** la forma generale della legge oraria di un moto armonico in una dimensione è data da $x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$. Occorre determinare i 3 parametri A, ω e ϕ . $\omega = 2\pi f$. Per gli altri due parto dalle c.i. $x(0) = 0.37 = A \cos(\phi)$ e $v(0) = 0 = -A \sin(\phi)$. Dalla seconda deduco che $\phi = 0$ perchè altrimenti (cioè se $A=0$) non avrei moto. Dalla prima quindi si ha che $A = 0.37$ m.
b) $v = dx/dt = -A \omega \sin(\omega t)$, il cui massimo si ha per $v = A\omega$, quando la massa passa per la posizione $x=0$ muovendosi verso le $x > 0$.
- 5 - **a)** per il moto circolare dell'asteroide intorno al Sole si ha: $M_a \omega^2 R_a = GM_a M_S / R_a^2$, dove M_a , ω , R_a e M_S rappresentano rispettivamente la massa dell'asteroide, la sua velocità angolare di rivoluzione intorno al Sole, la distanza asteroide-Sole, la massa del Sole. Da questa relazione si ha che $\omega = (GM_S / R_a^3)^{1/2}$, e quindi il periodo di rivoluzione dell'asteroide è $T = 1/f = 2\pi/\omega$.
b) $v = \omega R_a$ e quindi $KE = M_a v^2/2$. $PE = -GM_a M_S / R_a$.
- 6 - **a)** Poichè $\tau = dL/dt$, se la risultante dei momenti torcenti delle forze esterne al sistema è $\tau = 0$, il momento angolare si conserva. Così è nel nostro caso poichè oltre ad essere nullo ogni attrito le forze esterne peso e reazioni vincolari hanno momento nullo rispetto all'asse di rotazione della piattaforma. Quindi posso scrivere che $I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$, da cui posso calcolare ω_2 .
b) L'energia totale meccanica non varierà quando l'uomo abbassa le braccia, così diminuendo il momento di inerzia del sistema. Però può cambiare l'energia cinetica che passerà da $KE_1 = I_1 \omega_1^2/2$ a $KE_2 = I_2 \omega_2^2/2$.