

- 1) Un carro merci di massa $m = 9500 \text{ kg}$ avente una velocità $v_1 = 15 \text{ m/s}$ colpisce, agganciandosi, un secondo vagone inizialmente fermo. Sapendo che dopo l'urto la velocità dei due vagoni è $v_2 = 5 \text{ m/s}$, calcolare **a)** la massa del secondo vagone; **b)** l'energia meccanica persa nell'urto e la forza media che il primo vagone esercita sul secondo durante l'urto, assumendo che la durata dell'urto sia $\Delta t = 20 \text{ ms}$;
- 2) Un blocco di massa $m = 400 \text{ g}$, attaccato ad una molla, oscilla secondo l'equazione $x(t) = 0.35 \cdot \sin(10\pi t + \pi)$, dove x è espresso in metri e t in secondi. Determinare **a)** l'ampiezza, il periodo e la costante di fase di questo moto armonico; **b)** il valore della costante elastica della molla e la massima energia cinetica della massa.
- 3) Un pezzo di legno, di massa $m = 2.5 \text{ kg}$ e densità $\rho = 0.5 \text{ g/cm}^3$, galleggia parzialmente immerso in acqua. Calcolare **a)** il volume della parte di legno immersa; **b)** il raggio di una sferetta di piombo che attaccata al legno ne provocherebbe l'affondamento. (densità del piombo $\rho_{\text{Pb}} = 11350 \text{ Kg/m}^3$)
- 4) La temperatura di $n = 0.6$ moli di gas perfetto monoatomico viene aumentata da 120°C a 360°C mantenendo costante il suo volume $V = 2 \text{ m}^3$. Calcolare **a)** la variazione di pressione; **b)** il numero delle particelle e la variazione della loro velocità quadratica media supponendo che si tratti di elio. (Numero di Avogadro $N_A = 6.02 \cdot 10^{23}$)
- 5) Calcolare **a)** la quantità di energia che può essere erogata da una batteria d'automobile da 12 V e $90 \text{ A}\cdot\text{h}$ passando da carica piena a metà carica; **b)** la potenza dissipata internamente alla batteria se essa durante la scarica ha una d.d.p. di 11 V essendo collegata ad un carico di 1.1Ω .
- 6) Un solenoide lungo 95 cm è costituito da 950 spire di raggio $r = 2 \text{ cm}$. Calcolare **a)** il valore del campo magnetico \mathbf{B} dentro il solenoide sapendo che le sue spire sono percorse da una corrente $I = 3.6 \text{ A}$; **b)** descrivere nel modo più quantitativo possibile che cosa succede se la corrente che percorre le spire è data da $I = 3 \cdot \sin(2\pi t) \text{ A}$. ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A}$)

Soluzioni:

- 1) a) urto anelastico: si conserva la quantità di moto del sistema ma non l'energia cinetica: $m_1 v_p = (m_1 + m_2) v_d$ dove m_2 è la massa del secondo vagone, inizialmente fermo. Cioè: $9500 \cdot 15 = (9500 + m_2) \cdot 5$
b) $\Delta E = KE_1 - KE_2 = m_1 \cdot v_p^2 / 2 - (m_1 + m_2) \cdot v_d^2 / 2$; la forza media che il primo vagone esercita sul secondo sarà data da $\langle F \rangle = \Delta p_2 / \Delta t = (m_2 \cdot v_d - m_2 \cdot 0) / \Delta t = m_2 \cdot 5 / (20 \cdot 10^{-3})$
- 2) a) per il moto armonico $x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \phi)$. Quindi: ampiezza $A = 0.35$; costante di fase $\phi = \pi$ e $\omega = 10\pi$. Poiché $\omega = 2\pi / \tau$ il periodo $\tau = 0.2$ s.
b) per il sistema massa-molla è $\omega^2 = k/m$, da cui, noti ω e la massa, si deduce la costante elastica della molla. L'energia totale meccanica del sistema è data da $E = kA^2 / 2 = mv_m^2 / 2$, da cui è possibile dedurre la velocità massima v_m essendo noti A e k .
- 3) a) la spinta di Archimede $S = \rho_w V_i g$, dove ρ_w è la densità dell'acqua = 1 g/cm^3 e V_i il volume immerso del pezzo di legno. In condizioni di equilibrio sarà $S = m_l g$, cioè spinta di Archimede = peso del corpo. Quindi $\rho_w V_i g = \rho_l V_l g$, dove ρ_l e V_l rappresentano la densità (= 0.5 g/cm^3) e il volume totale del pezzo di legno.
b) appena prima dell'affondamento deve essere $m_p g + m_l g = S = \rho_w V_l g$ dove m_p rappresenta la massa della sferetta di piombo. Nota la quale, si può calcolare il raggio dalla relazione $V_p = m_p / \rho_p = 4\pi r^3 / 3$
- 4) a) la legge dei gas perfetti $PV = nRT$ per una trasformazione isocora si può scrivere $P = nRT/V$. Da cui: $\Delta P = (nR/V) \Delta T$
b) numero di particelle $N = n \cdot N_A = 0.6 \cdot 6.02 \cdot 10^{23}$. Per la teoria cinetica si ha che l'energia cinetica media di una particella è legata alla temperatura assoluta dalla relazione $mv^2/2 = (f/2)kT$, dove la costante di Boltzmann $k = R/N_A$ ($R = 8.31$ è la costante universale dei gas) e il numero dei gradi di libertà $f = 3$ nel caso di un gas monoatomico.
- 5) a) La carica fornita dalla batteria passando da carica completa a metà carica è $Q = 45 \text{ A} \cdot h = 45 \text{ A} \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} = 45 \cdot 60 \cdot 60 \text{ coulomb}$. L'energia relativa è data da $E = \varepsilon \cdot Q$, dove $\varepsilon = 12 \text{ V}$ è la f.e.m. della batteria.
b) la d.d.p. ai morsetti della batteria $V = 11 \text{ Volt} = \varepsilon - I \cdot r$, dove I rappresenta la corrente fornita dalla batteria e r la sua resistenza interna. Vale anche $V = I \cdot R$, dove R è la resistenza del carico. Quindi: $11 \text{ V} = I \cdot 1.1$, da cui si può determinare I , che messa nella relazione precedente fornisce il valore di r . La potenza dissipata internamente alla batteria sarà quindi $P = \varepsilon \cdot I = r \cdot I^2$.
- 6) a) Dentro il solenoide è $B = \mu_0 \cdot n \cdot I$, dove n è il numero totale delle spire fratto la lunghezza del solenoide: $n = N/l = 950/0.95$.
b) nel caso della corrente variabile si avrà una f.e.m. indotta $\varepsilon = -Nd\Phi_B/dt$, dove Φ_B rappresenta il flusso del campo magnetico B concatenato con una spira: $\Phi_B = A \cdot B$ con $A = \pi r^2$, area della spira. Quindi $\varepsilon = -N \cdot A \cdot 3 \cdot 2\pi \cdot \cos(2\pi t)$.