“MODELLI E METODI PER L'ORGANIZZAZIONE DEI SISTEMI LOGISTICI”

SOLUZIONE ESERCIZI CAPITOLO 4

SINGOLO PRODOTTO IN PRESENZA DI SCONTI DI QUANTITÀ

Politica di sconti su tutta la quantità (pag 146-147)

d = 3000 scatole p = 0.3 k = 50 €

$q_0 = 0$; $q_1 = 500$; $q_2 = 2000$

Bisogna trovare q*.

SOLUZIONE

Intervalli ($q_{i-1} \leq q \leq q_i$):

- $0 \leq q \leq 500$ $c_1 = 3$ €
  $h_1 = p * c_1 = 0,3 * 3 = 0,9$ €
- $500 \leq q \leq 2000$ $c_2 = 3$ € * 0.1 = 2,97 €
  $h_2 = p * c_2 = 0,3 * 2,97 = 0,891$ €
- $q \geq 2000$ $c_3 = 3$ € * 0.15 = 2,955 €
  $h_3 = p * c_3 = 0,3 * 2,955 = 0,8965$ €

$$q'_1 = \sqrt{\frac{2\mathrm{kd}}{h_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50 \cdot 3000}{0,9}} = 577,35\ scatole$$

$$q'_2 = \sqrt{\frac{2\mathrm{kd}}{h_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50 \cdot 3000}{0,891}} = 580,26\ scatole$$

$$q'_3 = \sqrt{\frac{2\mathrm{kd}}{h_3}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50 \cdot 3000}{0,8865}} = 581,73\ scatole$$

Le $\mathbf{q^*_i}$ non possono avere valori al di fuori dei rispettivi intervalli, quindi:

- dato che $q'_1 > q_1$, $q^*_1 = q_1 = 500$ scatole
- dato che $q_1 \leq q'_2 \leq q_2$, $q^*_2 = q'_2 = 580,26$ scatole
- dato che $q'_3 < q_2$, $q^*_3 = q_2 = 2000$ scatole

La **q*** è la q'_i che minimizza il valore della $\mu(q'_i)$. Quindi li calcoliamo tutti:

$$\mu_1(q'_1) = \frac{kd}{q_1} + c_1 d + \frac{hq_1}{2} = \frac{50 \cdot 3000}{500} + 3 \cdot 3000 + \frac{0,9 \cdot 500}{2} = 9525\,€$$

$$\mu_2(q'_2) = \frac{kd}{q_2} + c_2 d + \frac{hq_2}{2} = \frac{50 \cdot 3000}{580,26} + 2,97 \cdot 3000 + \frac{0,891 \cdot 580,26}{2} = 9427\,€$$

$$\mu_1(q'_3) = \frac{kd}{q_3} + c_3 d + \frac{hq_3}{2} = \frac{50 \cdot 3000}{2000} + 2,955 \cdot 3000 + \frac{0,8965 \cdot 2000}{2} = 9836,5\,€$$

La μ_2 è quella con valore minore, quindi **$q^* = q'_2$** è la soluzione

<u>SINGOLO PRODOTTO IN PRESENZA DI SCONTI DI QUANTITÀ</u>
<u>Politica di sconti incrementali</u> (pag 149)

d = 3000 scatole p = 0.3 k = 50 € c = 3 €
$q_0 = 0$; $q_1 = 500$; $q_2 = 2000$
Bisogna trovare q*.

SOLUZIONE

Intervalli ($q_{i-1} \leq q \leq q_i$):

- $0 \leq q \leq 500$ $c_1 = 3$ €
- $500 \leq q \leq 2000$ $c_2 = 3$ € * 0.1 = 2,97 €
- $q \geq 2000$ $c_3 = 3$ € * 0.15 = 2,955 €

La base della ricorsione $f(q_0)$ è per definizione pari a 0, quindi:

$$q'_1 = \sqrt{\frac{2\mathrm{d}\,[k + f(q_0) - c_1 q_0]}{pc_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3000[50 + 0 - (3 \cdot 0)]}{0{,}3 \cdot 3}} = 577{,}35\ scatole$$

$f(q_1) = f(q_0) + c_1(q_1 - q_0) = 0 + 3(500 - 0) = 1500$

$$q'_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 3000[50 + 1500 - (2{,}97 \cdot 500)]}{0{,}3 \cdot 2{,}97}} = 661{,}6\ scatole$$

$f(q_2) = f(q_1) + c_2(q_2 - q_1) = 1500 + 2{,}97(2000\text{-}500) = 5955$

$$q'_3 = \sqrt{\frac{2 \cdot 3000[50 + 5955 - (2{,}955 \cdot 2000)]}{0{,}3 \cdot 2{,}955}} = 801{,}86\ scatole$$

Se le **q'_i** hanno un valore al di fuori del loro intervallo, il $\mu(q'_i)$ è sarebbe pari a +∞. Quindi:

- dato che $q'_1 > q_1$, $\mu(q'_1) = +\infty$
- dato che $q'_3 < q_2$, $\mu(q'_3) = +\infty$
- dato che $q_1 \leq q'_2 \leq q_2$, q'_2 è nell'intervallo, quindi **$q^* = q'_2 \approx 662$ scatole**

Già che ci siamo calcoliamo anche la $\mu(q'_2)$:

$$\mu_2(q'_2) = [k + f(q_1) + c_2(q'_2 - q_1)] \cdot \frac{d}{q'_2} + \frac{p}{2}[f(q_1) + c_2(q'_2 - q_1)]$$

quindi: $$\mu_2(q'_2) = [50 + 1500 + 2{,}97(662 - 500)] \cdot \frac{3000}{662} + \frac{0{,}3}{2}[1500 + 2{,}97(662 - 500)] = 9501{,}73\ €$$

<u>PIÙ PRODOTTI</u>

Presenza di un vincolo di magazzino (pag 151-152)

$d_1 = 150000$ unità $c_1 = 30$ € $p_1 = 0.2$
$d_2 = 100000$ unità $c_2 = 45$ € $p_2 = 0.2$
$k_1 = k_2 = 250$ €
Vincolo di magazzino: $30 * q_1 / 2 + 45 * q_2 / 2 \leq 75000$

Bisogna trovare $\overline{q}_1$ e $\overline{q}_2$, cioè le dimensioni dei lotti che minimizzano i costi medi totali.

SOLUZIONE

$h_1 = p_1 * c_1 = 6$ € $h_2 = p_2 * c_2 = 9$ €

Dato che il vincolo di magazzino è lineare e che $p_1 = p_2 = 0.2$, potremmo usare il metodo descritto a pag 151.

In realtà si fa infinitamente prima usando il risolutore di Excel (o Calc) seguendo questa procedura:

1. scrivere in una cella qualsiasi (noi useremo la A1) il valore numerico di p, quindi **0.2**
2. scrivere in due celle qualsiasi (noi useremo la A3 e la A4) le seguenti formule per calcolare rispettivamente $\overline{q}_1$ e $\overline{q}_2$:
    - **= RADQ(2 * 250 * 150000 / (A$1 * 30))** (in A3, per calcolare $\overline{q}_1$)
    - **= RADQ(2 * 250 * 100000 / (A$1 * 45))** (in A4, per calcolare $\overline{q}_2$)
3. scrivere in una cella qualsiasi (noi useremo la A6) la formula per calcolare il vincolo di magazzino: **=(A3*30)/2 + (A4*45)/2**
4. impostare come segue i parametri del risolutore:
    - cella obiettivo: **A1** (la p)
    - uguale a: **Min** (perché vogliamo fermarci al minimo valore di p che soddisfa il vincolo)
    - cambiando le celle: **A1**
    - vincoli: **A6 <= 75000**
5. dal pannello Opzioni del risolutore, impostare
    - iterazioni: **300**
    - cerca: **Gradienti coniugati**
6. clicca su Risolvi e ottieni i seguenti risultati:
    - **p = 0,4**
    - **$\overline{q}_1$ = 2500 unità**
    - **$\overline{q}_2$ = 1666,66 unità**

<u>PIÙ PRODOTTI</u>

Presenza di economie di scala nell'emissione degli ordini (pag 154)

d_1 = 3000 unità c_1 = 30 € p_1 = 0.2
d_2 = 5000 unità c_2 = 40 € p_2 = 0.25
$k_{1\text{-}2}$ = 300 € $k_1 = k_2$ = 250 €

Bisogna dire se è più o meno costoso sincronizzare gli ordini.

SOLUZIONE

Se gli ordini fossero **non sincronizzati** si avrebbe:

$$q'_1=\sqrt{\frac{2k_1d_1}{p_1c_1}}=\sqrt{\frac{2\cdot 250\cdot 3000}{0{,}2\cdot 30}}=500\,unità \qquad q'_2=\sqrt{\frac{2k_2d_2}{p_2c_2}}=\sqrt{\frac{2\cdot 250\cdot 5000}{0{,}25\cdot 40}}=500\,unità$$

Sapendo che *q = d T* ,

$$T'_1=\frac{q'_1}{d_1}=\frac{500}{3000}=1/6 \qquad T'_2=\frac{q'_2}{d_2}=\frac{500}{5000}=1/10$$

quindi si avrebbero 6 ordini all'anno per il primo prodotto e 10 per il secondo.

I costi sono pari a:

$$\mu_1(q'_1)=\frac{k_1d_1}{q'_1}+c_1d_1+\frac{p_1c_1q'_1}{2}=\frac{250\cdot 3000}{500}+30\cdot 3000+\frac{0{,}2\cdot 30\cdot 500}{2}=93000\,€/anno$$

$$\mu_2(q'_2)=\frac{k_2d_2}{q'_2}+c_2d_2+\frac{p_2c_2q'_2}{2}=\frac{250\cdot 5000}{500}+40\cdot 5000+\frac{0{,}25\cdot 40\cdot 500}{2}=205000\,€/anno$$

Per un totale di 298000 €/anno.

Se invece gli ordini fossero **sincronizzati** con $N_1 = 1$ ed $N_2 = 2$, si avrebbe:

$$T'=\sqrt{\frac{2N_1N_2[k_{1-2}+(N_1-1)k_1+(N_2-1)k_2]}{p_1c_1d_1N_2+p_2c_2h_2d_2N_1}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1\cdot 2\cdot(300+250)}{0{,}2\cdot 30\cdot 3000\cdot 2+0{,}25\cdot 40\cdot 5000\cdot 1}}=0{,}16$$

L'impresa emetterebbe quindi: 1/T' = 1/0,16 = 6,25 ordini all'anno dei due prodotti, con un costo complessivo pari a:

$$\mu(T',N_1,N_2)=\frac{k_{1-2}+(N_1-1)k_1+(N_2-1)k_2}{T}+c_1d_1+c_2d_2+\frac{c_1p_1T}{2N_1}+\frac{c_2p_2T}{2N_2}=$$

$$\frac{300+250}{0{,}16}+30\cdot 3000+40\cdot 5000+\frac{0{,}2\cdot 30\cdot 30000\cdot 0{,}16}{2\cdot 1}+\frac{0{,}25\cdot 40\cdot 5000\cdot 0{,}16}{2\cdot 2}=296877{,}5\,€/anno$$

Quindi conviene effettuare gli ordini sincronizzati.

<u>DOMANDA E TEMPI DI REINTEGRO ALEATORI</u>

Politica a punto di riordino costante (pag 157-158)

d = 45 unità/mese c = 30 € p = 0,2 annuo k = 30€

MSE = 25 t_l = 1 mese α = 97,72%

Calcolare il valore della scorta di sicurezza I_s che soddisfi i requisiti.

SOLUZIONE

Il costo di stoccaggio nel periodo per unità di prodotto è dato da:

h = p c = 0,2 x 4 = 0,8 €/(anno x prodotto) = 0,067 €/(mese x prodotto)

La quantità ottimale di prodotto ordinato sarà dunque pari a:

$$q'=\sqrt{\frac{2\,k\,d}{h}}=\sqrt{\frac{2\cdot 30\cdot 45}{0{,}067}}=200{,}74\simeq 201\,unità$$

La deviazione standard σ_d può essere stimata come radice quadrata dell'MSE:

$$\sigma_2=\sqrt{MSE}=\sqrt{25}=5$$

Sapendo che a un livello di servizio α = 97,72% corrisponde uno z_α pari a 2, calcoliamo *l:*

$$l=\bar{d}\,t_l+z_\alpha\sigma_d\sqrt{t_l}=45\cdot 1+2\cdot 5\cdot 1=55$$

La scorta di sicurezza I_s sarà quindi di: $I_s=l-\bar{d}\,t_l=55-45\cdot 1=10$

Politica a periodo di riordino costante (pag 159)

Stessi dati e consegna di prima, ma applicando la politica a periodo di riordino costante.

SOLUZIONE

Calcoliamo il periodo *T* delle osservazioni (nelle ipotesi del modello EOQ):

$$T=\sqrt{\frac{2\,k}{h\,\bar{d}}}=\sqrt{\frac{2\cdot 30}{0{,}067\cdot 45}}=4{,}47\,mesi$$

Calcoliamo ora *S*:

$$S=\bar{d}(T+t_l)+z_\alpha\sigma_d\sqrt{T+t_l}=45\cdot(4{,}47+1)+2\cdot 5\cdot\sqrt{4{,}47+1}=269{,}54\,unità$$

A cui corrisponde una scorta di sicurezza I_s pari a:

$$I_S=z_\alpha\sigma_d\sqrt{T+t_l}=2\cdot 5\cdot\sqrt{4{,}47+1}=23{,}39\,unità$$

GESTIONE DI ARTICOLI A BASSA DOMANDA
(pag 167)

n° centrali = 5 vita media = 20 anni n°atteso guasti = 1.4
costo ricambio = 60000 €
costo realizzazione unità supplementare = 300000 €

Il processo di guasto ha probabilità di Poisson con media λ = 5 * 1.4 = 7
Trova la quantità ottimale **n*** di prodotto da acquistare per minimizzare i costi.

SOLUZIONE

Il costo del ricambio non è altro che il costo di acquisto di un articolo all'inizio del periodo, quindi: *c = 60000 €*
Il costo di realizzazione di un'unità supplementare è invece il danno sostenuto se un'unità di prodotto diventa indisponibile, quindi: *u = 300000 €*

Per trovare n* abbiamo bisogno di calcolare le *F(n)*, ovvero le probabilità che la domanda di prodotto sia inferiore o uguale a *n* unità. Sapendo che il processo di guasto ha distribuzione Poissoniana con media 7, la formula generale per calcolare le F(n) è:

$$F(n) = \sum_{k=1}^{n} P(k) = \sum_{k=1}^{n} \frac{e^{-\lambda} \lambda^{k}}{k!}$$, dove ricordiamo λ = 7

Quindi avremo per n = 1, 2, …, 10:

- n = 0 F(n) = 0,0009
- n = 1 F(n) = 0,0073
- n = 2 F(n) = 0,0296
- n = 3 F(n) = 0,0818
- n = 4 F(n) = 0,1730
- n = 5 F(n) = 0,3007
- n = 6 F(n) = 0,4497
- n = 7 F(n) = 0,5987
- n = 8 F(n) = 0,7291
- n = 9 F(n) = 0,8305
- n = 10 F(n) = 0,9015

La quantità ottimale di prodotto da acquistare sarà la n* per cui vale la seguente equazione:

F(n - 1) ≤ (u – c)/c ≤ F(n*)*

Procedendo per tentativi, la prima *n* che permette di soddisfare l'equazione è quella pari a 9, per cui la soluzione del problema è **n* = 9**