CAP 2 – PREVISIONE DELLA DOMANDA

2.1 INTRODUZIONE

La **previsione della domanda** è fondamentale per numerose attività di progettazione e gestione di sistemi logistici, e può essere classificata in tre categorie:

- *previsioni di lungo periodo* (1-4 anni), che influiscono sulle decisioni strategiche di produzione e distribuzione (es. previsioni legate allo sviluppo tecnologico)
- *previsioni di medio periodo* (mesi–1 anno), essenziali per decisioni logistiche di tipo tattico (es. previsioni di vendita per il piano finanziario annuale dell'azienda)
- *previsioni di breve periodo* (giorni–settimane), per stabilire i piani operativi di produzione e distribuzione, gestire magazzini e approvvigionamenti, … . Previsioni su tempi più brevi sono sostituite dinamicamente dal ricevimento di ordini

2.2 I METODI DI PREVISIONE IN LOGISTICA

I **metodi di previsione** formulano ipotesi sull'evoluzione della domanda. Le previsioni più accurate sono quelle di breve periodo (meno imprevisti) e su dati aggregati.

Le tecniche di previsione in logistica possono essere di due tipi:

1. qualitative: richiedono abilità, esperienza e capacità di giudizio. Usate soprattutto per previsioni di medio-lungo termine e quando mancano o sono poco significativi i *dati storici* (dati relativi alla domanda passata per un periodo di tempo abb. lungo);
2. quantitative: prevedono l'uso di modelli matematici e dei dati storici. La scelta della tecnica più adatta dipende sia dalla natura del prodotto che dal tipo/quantità di informazioni disponibili. La chiave è comunque: *keep it simple*.

Alcune indicazioni per la *notazione* che si utilizzerà in seguito:

- $\mathbf{d_t}$ è il valore della domanda di un prodotto/servizio al periodo di tempo t (t=1,2,...)
- **T** è il periodo di tempo corrente (si suppone che tutti i periodi siano uguali)
- $\mathbf{p_t(\tau)}$ (con τ=1,...,T) è il valore previsivo della domanda determinato al periodo *t*, riferito al τ-simo periodo in avanti a partire da *t*, ovvero al periodo $t+\tau$. *Esempio:* se τ=1, $\mathbf{p_t(1) = p_{t+1}}$ (con t=1,...,T) è il valore previsivo del prossimo periodo
- $\mathbf{e_i(\tau) = d_t - p_i(\tau)}$ (con $i+\tau=t$) è l'errore commesso per il dato previsivo $p_i(\tau)$ *Esempio*: se τ=1 (i=t-1), $\mathbf{e_{t-1}(1) = e_t}$

2.3 I METODI CAUSALI

I **metodi causali** ipotizzano una dipendenza funzionale tra domanda futura **y** e valori presenti o passati di alcune grandezze $\mathbf{x_i}$ (es. tra domanda di pezzi di ricambio e vendita dei macchinari che li utilizzano). In formula: $\mathbf{y = f(x_1, x_2, \ldots , x_n)}$, dove *f* è la relazione che interpola i dati storici nel modo più fedele possibile, individuata con l'**analisi di regressione**.

I metodi causali sono in grado di anticipare le variazioni della domanda, quindi sono particolarmente utili nelle previsioni a medio-lungo termine.

Esercizio a pag 34/36

2.4 I METODI BASATI SULLE SERIE TEMPORALI

Prerequisito di questi metodi è che l'andamento passato si mantenga simile anche nel futuro. Sono indicativi nel breve-medio periodo, in particolare se la domanda è regolare.

2.4.1 Il metodo di decomposizione

Ipotizza che l'andamento temporale della domanda abbia quattro componenti:

I. andamento tendenziale di lungo periodo (**q**), quello dominante nel tempo;
II. andamento ciclico (**v**), legato a fattori macroeconomici e indipendente dal tipo di prodotto. Ha oscillazioni tipiche della durata di 1 o più anni, motivo per cui nelle previsioni di breve periodo viene inglobato nell'andamento tendenziale;
III. andamento stagionale (**s**), riflette il carattere periodico di molte attività produttive e di consumo (es. picchi della domanda nel periodo natalizio). Indicando con M la lunghezza di un ciclo stagionale (il numero di periodi di tempo di cui è formato), il valore medio dell'indice stagionale su M periodi è pari a 1;
IV. residuo (**r**), variabile aleatoria che rappresenta la risultante di molte cause che considerate singolarmente hanno scarsa incidenza, ma che nel complesso hanno un certo peso e sono impossibili da prevedere.

Consideriamo la domanda **d** come composizione moltiplicativa dei quattro componenti:

$$\mathbf{d_t = q_t\, v_t\, s_t\, r_t}$$

, dove t=1,…,T è il tempo cui fanno riferimento le componenti.

Il **metodo di decomposizione** ha tre fasi:

1. scomposizione della serie temporale di d_t nelle sue componenti $q_t\ v_t\ s_t\ r_t$
2. proiezione degli andamenti nel tempo di *q, v, s* in uno o più intervalli futuri
3. combinazione delle proiezioni: $\mathbf{p_T(\tau) = q_T(\tau)\, v_T(\tau)\, s_T(\tau)}$ (con τ=1,2,..), così da produrre una previsione della domanda

La **fase di scomposizione** (1) si realizza attraverso diversi passaggi (*vedi schema alla fine*):

(a) **valutazione del prodotto** $(qv)_t$
Si rimuove dalla serie storica d_t (con t=1,...,T) l'effetto legato alle oscillazioni stagionali e al residuo aleatorio considerando il valore medio della domanda in M periodi consecutivi di tempo (con M abbastanza grande): $\mathbf{(d_1 + d_2 + \dots + d_M) / M}$.
Come stabilire a quale periodo di tempo si riferiscono i valori medi calcolati?

- *Se M è dispari* ci si riferisce al periodo centrale dei primi M periodi: t = [M/2]

  $$\mathbf{(qv)_{[M/2]} = (d_1 + d_2 + \dots + d_M) / M}$$
  $$\mathbf{(qv)_{[M/2]+1} = (d_2 + d_3 + \dots + d_{M+1}) / M}$$
  $$\mathbf{\dots}$$
  $$\mathbf{(qv)_{T-[M/2]+1} = (d_{T-M+1} + d_{T-M+2} + \dots + d_T) / M}$$

- *Se M è pari* i valori medi sono a cavallo tra due periodi distinti. Per associarli ad uno solo si fa una media pesata degli M+1 valori di domanda, in cui il primo e l'ultimo campione hanno peso ½ e tutti gli altri hanno peso unitario:

  $$\mathbf{(qv)_t = (\tfrac{1}{2} d_{t-M/2} + d_{t-M/2+1} + \dots + d_t + \dots d_{t+M/2-1} + \tfrac{1}{2} d_{t+M/2}) / M}$$
  con t =M/2 + 1, … , T – M/2

(b) **valutazione degli andamenti di q_t e v_t**
L'andamento di lungo periodo q_t può essere ricavato con un metodo di regressione semplice applicato alla serie temporale $(qv)_t$ (*vedi slide del prof*).
A questo punto si può ricavare l'andamento ciclico: $\mathbf{v_t = (qv)_t / q_t}$, per ogni t = 1,...,T

(c) **valutazione degli andamenti di s_t ed r_t**

La serie $(sr)_t$ che tiene conto dell'indice stagionale combinato alle fluttuazioni aleatorie si ricava come: $(sr)_t = d_t / (qv)_t$

L'andamento stagionale può essere espresso per mezzo di M indici $\bar{s}_1, \dots, \bar{s}_M$ che rappresentano la media aritmetica dei termini della serie $(sr)_t$ relativi ai periodi omologhi. La relazione che esprime l'andamento stagionale è: $s_{kM+t} = \bar{s}_t$, con $t = 1, \dots, M$ e con $k = 0,1,\dots$. Si noti che la media degli M indici $\bar{s}$ deve essere pari a 1, altrimenti basta normalizzare $\bar{s}_t$.

Il residuo r_t può essere ottenuto dividendo ciascun termine della serie $(sr)_t$ per il corrispondente indice stagionale s_t: $r_t = (sr)_t / s_t$

Esercizio a pag 42/50

Se poi non abbiamo voglia di fare tutte le volte questa menata, esistono delle formule ad hoc a seconda delle caratteristiche delle serie temporali. Li vediamo nelle prossime pagine.

2.5 ANALISI DELLE SERIE TEMPORALI: Il caso di andamento tendenziale costante

Il caso prevede un andamento della domanda passata con componente di lungo periodo costante, e nessun effetto ciclico o stagionale. Vediamo alcuni metodi per la previsione.

2.5.1 Tecnica elementare

Per la previsione della domanda nel primo periodo in avanti si avrà: $p_{T+1} = d_T$

La tecnica è semplice, ma fornisce risultati poco accurati. *Esercizio a pag 51, 52*

2.5.2 Il metodo della media mobile

Per la previsione della domanda nel primo periodo in avanti si utilizza la media aritmetica della domanda disponibile negli r (>=1) periodi più recenti:

$$p_{T+1} = \sum_{k=0}^{r-1} \frac{d_T - k}{r}$$

La scelta di r è cruciale: se è troppo piccolo si adeguerà rapidamente alle variazioni della domanda ma sarà più suscettibile alle perturbazioni aleatorie, e viceversa.

Esercizio a pagina 52

2.5.3 Il metodo della media esponenziale

Si attribuiscono dei pesi ai dati storici in modo che siano maggiori in quelli più recenti. Per la previsione della domanda nel primo periodo in avanti si avrà: $p_{T+1} = \alpha d_T + (1-\alpha) p_T$, dove $\alpha \in (0,1)$ è detta *costante di media esponenziale,* mentre p_T è la previsione effettuata in T-1 e che condensa tutto lo storico delle previsioni passate.

La previsione della domanda nel periodo T+1 è data dalla somma tra il valore di domanda p_T stimato al periodo T-1 e una frazione α dell'errore previsionale della domanda al periodo di tempo T: $p_{T+1} = p_T + \alpha(d_T - p_T) = p_T + \alpha\, e_T$.

Si noti che più α è alto e più velocemente diminuirà il peso dei dati obsoleti rispetto a quelli recenti. Scegliere correttamente il suo valore è dunque fondamentale: se è molto alto si adatterà velocemente ai cambiamenti della domanda ma sarà più sensibile alle fluttuazioni casuali della serie temporale, e viceversa. Nella pratica il valore è spesso tra 0.01 e 0.3, ma è più saggio fare tentativi e stimare l'errore commesso. Quando si hanno a disposizione pochi dati storici è consigliabile utilizzare valori alti all'inizio e poi via via sempre più bassi nelle previsioni successive.

Esercizio a pag 55

2.5.4 La previsione della domanda in periodi successivi al primo

Per la previsione della domanda in periodi successivi al primo è sufficiente richiamare l'ipotesi di andamento tendenziale costante, ponendo: $\mathbf{p_T(\tau) = p_{T+1}}$, con $\tau = 2, 3, \dots, \bar{\tau}$, dove il valore previsivo p_{T+1} è ottenuto con una delle tecniche esposte precedentemente, e dove $\bar{\tau}$ rappresenta l'ampiezza dell'orizzonte temporale a cui si estende la previsione (che sarà più attendibile al decrescere di $\bar{\tau}$). L'orizzonte temporale di previsione è mobile: ogni volta che arrivano dati nuovi sulla domanda si aggiorna mantenendo la stessa ampiezza e traslando di un periodo in avanti.

Esercizio a pagina 57

2.6 ANALISI DELLE SERIE TEMPORALI: Il caso di andamento tendenziale lineare

Il caso prevede un andamento della domanda passata con **q** lineare e nessun effetto ciclico o stagionale. Lo schema dei modelli previsionali adottati è: $\mathbf{p_T(\tau) = a_T + b_T\,\tau}$, *con* $\tau = 1, 2, \dots$

Vediamo alcune tecniche per stimare a_T e b_T

2.6.1 Tecnica elementare

La tecnica più semplice, basta porre: $\mathbf{a_T = d_T}$; $\mathbf{b_T = d_T - d_{T-1}}$ *Esercizio a pag 57, 58*

2.6.2 Il metodo della regressione lineare

Si utilizzano gli r valori di domanda più recenti (ovvero i $d_{T-r+1}, \dots, d_{T-1}, d_T$), tutti con lo stesso peso, e si determina la retta di regressione che li interpola meglio. I coefficienti di questa retta corrispondono ai parametri a_T e b_T, così calcolati:

$$b_T = \frac{\frac{-(r-1)}{2}\sum_{k=0}^{r-1} d_{T-k} + \sum_{k=0}^{r-1} k d_{T-k}}{\frac{r(r-1)^2}{4} - \frac{r(r-1)(2r-1)}{6}} \qquad a_T = \frac{\sum_{k=0}^{r-1} d_{T-k} + b_T \frac{r(r-1)}{2}}{r}$$

Esercizio a pag 59

2.6.3 Il metodo della doppia media mobile

Indicando con r (>1) il parametro di media mobile, si ha:

$$a_T = 2\gamma_T - \eta_T \qquad b_T = \frac{2}{r-1}(\gamma_T - \eta_T)$$

, dove γ_T ed η_T sono rispettivamente la media degli r valori disponibili e di domanda:

$$\gamma_T = \sum_{k=0}^{r-1} \frac{d_{T-k}}{r} \qquad \eta_T = \sum_{k=0}^{r-1} \frac{\gamma_{T-k}}{r}$$

Esercizio a pag 60

2.6.4 Il metodo di Holt

Si tratta di un correttivo del metodo della media esponenziale, definito dalle relazioni:

$$a_T = \alpha d_T + (1-\alpha)(a_{T-1} + b_{T-1}) \qquad b_T = \beta(a_T - a_{T-1}) + (1-\beta) b_{T-1}$$

Le relazioni si sviluppano ricorsivamente, e come base della ricorsione si ha: $\mathbf{a_1 = d_1}$; $\mathbf{b_1 = 0}$. Per quanto riguarda α e β si usa lo stesso criterio usato per α nelle medie esponenziali.

Esercizio a pag 61

2.7 ANALISI DELLE SERIE TEMPORALI: Il caso di effetto stagionale

Il caso prevede un andamento della domanda passata con **q** costante o lineare, e un effetto stagionale **s** con lunghezza di ciclo pari ad M.

2.7.1 Tecnica elementare

Se **q** è costante: $p_T(\tau) = d_{T+t-M}$, *con τ = 1, 2, … , M , q*uindi la previsione relativa al periodo T+τ è pari alla domanda registrata M periodi prima.

Con orizzonti temporali superiori a un ciclo: $p_T(kM + \tau) = d_{T+t-M}$, *con τ=1,2,…,M e k=1,2,...*

Esercizio a pag 62

2.7.2 Il metodo della media esponenziale revisionato

Se **q** è costante: $p_T(\tau) = a_T + s_{T+\tau}$, *con τ=1,2,…,M* , dove a_T è il valore previsivo depurato dell'effetto stagionale, mentre $s_{T+\tau}$ (>=0) è l'indice stagionale relativo al periodo T+τ.

Con orizzonti temporali superiori a un ciclo: $p_T(kM + \tau) = a_T + s_{T+\tau}$, *con τ=1,2,…,M e k=1,2,...*

Supponendo che i dati disponibili sulla domanda passata bastino per individuare un numero intero di cicli K = T/M, i parametri a_T e $s_{T+\tau}$ saranno così calcolati:

$$a_T = \alpha(d_T / s_T) + (1-\alpha)\, a_{T-1}$$

$$s_{T+\tau} = s_{kM+\tau} = \beta\left(\frac{d_{(k-1)M+\tau}}{a_{(k-1)M+\tau}}\right) + (1-\beta)\, s_{(k-1)M+\tau}$$ *, con τ = 1, 2, … , M*

e dove *α* e *β* sono costanti di media esponenziale (0<= *α, β*<=1). La prima componente delle formule rappresenta il valore della domanda al tempo T privo dell'effetto stagionale, mentre la seconda costituisce il valore previsionale senza effetto stagionale al tempo T-1.

Esercizio a pag 64/66

2.7.3 Il metodo di Winters

Se **q** è lineare: $p_T(\tau) = (a_T + b_T\tau)s_{T+\tau}$, *con τ=1,2,..,M*

Con orizzonti temporali superiori a un ciclo: $p_T(kM + \tau) = (a_T + b_T\tau)s_{T+\tau}$, *con τ=1,..,M e k=1,2,..*

Supponendo che i dati disponibili sulla domanda passata bastino per individuare un numero intero di cicli K = T/M, i parametri a_T, b_T e $s_{T+\tau}$ saranno così calcolati:

$$a_T = \alpha(d_T / s_T) + (1-\alpha)(a_{T-1} + b_{T-1}) \qquad b_T = \eta(a_T - a_{T-1}) + (1-\eta)\, b_{T-1}$$

$$s_{T+\tau} = s_{kM+\tau} = \beta\left(\frac{d_{(k-1)M+\tau}}{a_{(k-1)M+\tau}}\right) + (1-\beta)\, s_{(k-1)M+\tau}$$ *, con τ = 1, 2, … , M*

dove α β e η sono costanti di media esponenziale (α, β, η comprese tra 0 e 1).

Le relazioni si sviluppano ricorsivamente, e come stima della base della ricorsione si ha:

$$b_0 = \frac{\overline{d_{(K)}} - \overline{d_{(1)}}}{T-M} \qquad a_0 = \overline{d_{(1)}} - \left[\frac{(M+1)}{2}\right] b_0 \qquad s_t = \frac{d_t}{a_0 + b_0 t}$$, con t=1,…,M

Esercizio a pag 67/69

2.8 CENNI SUL METODO DI BOX-JENKINS

Il **metodo di Box-Jenkins** effettua un'analisi statistica dei dati per dire qual è il modello che interpola meglio le serie storiche disponibili. Ha tre fasi: **identificazione**, che seleziona il modello previsivo migliore; **stima dei parametri** del modello sulla base dei dati storici, minimizzando gli errori; **controllo diagnostico**, che verifica l'adeguatezza delle scelte fatte

2.9 SELEZIONE E CONTROLLO DEI METODI PREVISIONALI

Ogni previsione è soggetta ad errori, dunque bisognerà avere un metodo per stimare l'accuratezza dei metodi previsionali (per selezionare il più attendibile), e un meccanismo di controllo dell'attendibilità delle previsioni periodiche (per rettifiche dei parametri).

2.9.1 Misure di accuratezza

Per misurare l'accuratezza di un modello previsionale lo si applica in modo da calcolare gli errori che sarebbero stati commessi se la procedura fosse stata applicata in passato. Si calcolano cioè T-1 errori come: $e_t = d_t - p_t$, con t=2,...,T

Da queste osservazioni si può ricavare:

- *Deviazione assoluta media* (MAD): $$MAD_T = \frac{\sum_{t=2}^{T} |e_t|}{T-1}$$
- *Deviazione assoluta percentuale media* (MAPD): $$MAPD_T = 100 \frac{\sum_{t=2}^{T} \frac{|e_t|}{d_t}}{T-1}$$
  Qualità previsione: ≤10% molto buona;
  tra 10% e 20% buona; tra 20% e 30% ragionevole, ≥30% cattiva.
- *Errore quadratico medio* (MSE): $$MSE_T = \frac{\sum_{t=2}^{T} |e_t^2|}{T-2}$$

Esercizio a pag 71, 72

2.9.2 Controllo della previsione

Un metodo di previsione funziona bene se i suoi errori sono casuali e non sistematici. Ci sono due tipi di controlli di previsione:

- *Segnale di tracciamento* S_T, ovvero il rapporto tra errore accumulato e il MAD: $S_T = \frac{E_T}{MAD_T}$, dove $E_T = \sum_{t=2}^{T} e_t$
  S_T avrà un alto valore positivo se la previsione sottostima sistematicamente la domanda, mentre se è un basso valore negativo la sovrastima. Se il valore rimane entro un range delimitato da $\pm S_{MAX}$ (di solito tra 3 e 8) allora la previsione va bene.
- *Carta di controllo*, che valuta singolarmente gli errori e_t

SCHEMA PER LA SCOMPOSIZIONE DELLA DOMANDA d_t