26/1/2013 MdC e FMdC (1)

1) $\operatorname{arctg} \dfrac{x}{x-1} > \sqrt{3}$

2) $2^{4x-1} - 2^{2x+2} + 2 \geq 0$

3) $\dfrac{2\operatorname{sen}^2 x - 1}{\cos 2x} \leq 0$

4) $\dfrac{\operatorname{Sh}(x^2+5x+6)}{e^x - 2} \geq 0$

5) $\log_{1/3}\left(1 + \dfrac{3x+1}{\frac{5}{12}x - 4}\right) \geq 0$

6) $\sqrt{x^2-3} < x-2$

7) Calcolare e disegnare

$$\sqrt[4]{\frac{i}{i-1}}$$

8) $\left(\dfrac{3-3i}{i}\right)^4 =$ in forma algebrica e trigonometrica

26 | 1 | 2013 (1)

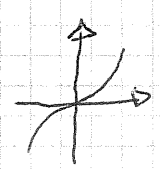
idee per la soluzione

1) ricordare che $\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$ quindi $\sqrt{3} = \mathrm{artg}\,\frac{\pi}{3}$

e che $y = \mathrm{artg}\,x$ è crescente

2) posto $e^{2x} = t \Rightarrow \frac{1}{2}t^2 - 4t + 2 \geq 0$

3) ricordare che al numeratore si ha periodicità 2π, mentre al denominatore π

4) $y = \mathrm{Sh}\,x$  , $\Rightarrow$ il segno del Sh è

il segno del suo argomento

5) CE: $\frac{5}{12}x - 4 \neq 0$ e $(1 + \ldots\ldots) > 0$

inoltre $\log_{1/3}(\ldots\ldots) > 0$ se $(\ldots\ldots) < 1$

$0 < 1/3 < 1$

6) $\sqrt{x^2 - 3} < x - 2$

CE: $x^2 - 3 \geq 0$

1) se $x - 2 < 0$ NO SOL

2) se $x - 2 \geq 0$ $x^2 - 3 < (x-2)^2$ ecc...

7) $\sqrt[4]{\dfrac{i}{1-i}}$

si può ricavare $\sqrt[4]{a+ib}$, poi dedurre

modulo e argomento per applicare la

formula di $\sqrt[n]{z}$ oppure

$$\sqrt[4]{\frac{\rho(\cos\theta + i\,\text{sen}\,\theta)}{\rho'(\cos\theta' + i\,\text{sen}\,\theta')}} = \sqrt[4]{\frac{\rho}{\rho'}\left(\cos(\theta-\theta') + i\,\text{sen}(\theta-\theta')\right)}$$

e proseguire

8) Vale un discorso analogo al 7)

anche se più semplice perché $i^4 = 1$

$$(3-3i)^4 = 81\,(1-i)^4$$