

IV

3/5/2013

1) Scrivere l'equazione della parabola approssimante la $y = x^4 + x^3 + 1$ nel suo punto di estremo $x = -1$

2) Studiare la serie di funzioni

$$\left\{ \frac{1}{n+1} \cdot \cos \frac{n^2 x}{n+1} \right\}$$

(converge? , converge uniformemente?)

3) Trovare il raggio di convergenza di

$$1 + \frac{x+1}{x+2} + \left(\frac{x+1}{x+2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{x+1}{x+2} \right)^n + \dots$$

4) In una lezione è probato di

$$y = \log \sin \frac{x}{x+1}$$

si dice che non è periodica, che è su \mathbb{C} e $(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$ e che lo si vuole studiare limitatamente a $[0, 2\pi]$; c'è un errore! quale?

5)
$$\int \frac{dx}{x(x-1)(x-2)}$$

6)
$$\int_4^9 \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} dx$$

7)
$$\int x^2 \log(2x) dx$$

①

IV. 3/5/2013

$$y = x^4 + x^3 + 1$$

$$y(-1) = 1$$

$$y' = 4x^3 + 3x^2$$

$$y'(-1) = -1$$

$$y'' = 12x^2 + 6x$$

$$y''(-1) = 6$$

$$y = 1 + (x+1) \cdot (-1) + (x+1)^2 \frac{6}{2!} + R$$

$$\Rightarrow y = 1 - (x+1) + 3(x+1)^2$$

$$y = \cancel{1} - x - \cancel{1} + 3x^2 + 6x + 3$$

$$y = 3x^2 + 5x + 3$$

②

$$\underbrace{\left\{ \frac{1}{n+1} \cdot \cos \frac{n^2 x}{n+1} \right\}}_{f_n(x)}$$

per $\forall n$ $f_n(x)$ è definita su \mathbb{R}

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x) = 0 \text{ indipendentemente da } x \in \mathbb{R}$$

↓

$$\frac{1}{\infty} \text{ (quantità limitata)}$$

$$\Rightarrow f_n(x) \text{ converge ad } f(x) = 0$$

$$\text{perché } \underbrace{\left| \frac{1}{n+1} \cos \frac{n^2 x}{n+1} - 0 \right|}_{-1 \leq \leq 1} \leq \frac{1}{n+1}$$

\Rightarrow per n abbastanza grande la
distanza fra $f_n(x)$ ed $f(x)$
è più piccola di qualunque $\varepsilon > 0$

\Rightarrow la convergenza è uniforme

③

$$1 + \frac{x+1}{x+2} + \left(\frac{x+1}{x+2}\right)^2 + \dots = 1 + 2 + 2^2 + \dots$$

converge per

$$\left| \frac{x+1}{x+2} \right| < 1$$

ecc...

④

l'errore è dire che è definita in $(-\infty, -1)$

infatti per $x \rightarrow -1$ l'argomento del seno tende ad infinito quindi il seno si annulla infinite volte ed è negativo infinite volte quindi ha infinite volte da scattare perché l'argomento del log deve essere positivo

⑤

$$\frac{1}{x(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x-2}$$

ecc...

⑥

è un integrale improprio in $x=3$ quindi lo calcolo per calcolo

$$\int_4^9 \dots = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_4^{9-\epsilon} \dots = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} F(9-\epsilon) - F(4)$$

per calcolarlo posso $\sqrt{x} = t$

⑦

$$\int x^2 \log(2x) dx = \int \log(2x) \cdot d\left(\frac{x^3}{3}\right)$$

ecc...