MdC ③ 23|5|14
FMdC

Cognome Nome Matr.

1) $y = \begin{cases} \log(x+\alpha)+\beta & x \geq 0 \\ \alpha x^2 + \beta x + \log \alpha & x < 0 \end{cases}$ con $\alpha > 0$ e $\beta \in \mathbb{R}$

quando è continua?
e derivabile?

2) $y = x\sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}}$ calcolare CE, limiti e asintoti

3) Calcolare la derivata prima di

$y = e^{\operatorname{sen} x}$ $\quad y = \operatorname{sen}(e^x)$ $\quad y = (\operatorname{sen} x)^{e^x}$

4) Disegnare una funzione definita su $\mathbb{R}$ che abbia una cuspide nell'origine, la concavità sempre rivolta verso il basso e la retta $y = 2x+2$ asintoto obliquo a $+$ e $-\infty$

5) Calcolare sia con gli sviluppi di McLaurin sia con il teor. de L'Hôpital

$$\lim_{x \to 0} \frac{x - \operatorname{Sh} x}{x - \operatorname{sen} x}$$

③ 23/5/14 3/1

1) $y=\begin{cases} \log(x+\alpha)+\beta & x\geq 0 \\ \alpha x^2+\beta x+\log\alpha & x<0 \end{cases}$ $\alpha>0$ $\beta\in\mathbb{R}$

continua in $x=0$?

$y(0)=\log\alpha+\beta$

$\lim_{x\to 0^-}(\alpha x^2+\beta x+\log\alpha)=\log\alpha$ $\Rightarrow$ $\beta=0$

derivabile in $x=0$? (ovviamente $\beta=0$)

$y=\begin{cases} \log(x+\alpha) & x\geq 0 \\ \alpha x^2+\log\alpha & x<0 \end{cases}$

$y'_+=\frac{1}{x+\alpha}$. $y'_+(0)=\frac{1}{\alpha}$

$y'_-(0)=\lim_{x\to 0^-}(2\alpha x)=0$

$\Rightarrow$ mai

2) $y=x\sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}}$ CE: $x^2-1\geq 0$ $x\leq -1,\ x\geq 1$

$\lim_{x\to\pm 1} y=0$

$\lim_{x\to\pm\infty} y=\pm\infty$ (del 1° ordine)

$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{y}{x}=1$

$\lim_{x\to\pm\infty}(y-mx)=\lim_{x\to\pm\infty} x\left(\sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}}-1\right)$

$x\left(\sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}}-1\right)=x\left(\left(1-\frac{2}{x^2+1}\right)^{1/2}-1\right)\sim x\cdot\frac{-2}{x^2+1}\cdot\frac{1}{2}\to 0$

$\Rightarrow$ $y=x$ Asintoto Obliquo per $x\to\pm\infty$

3/2

23/5/14

3) $y = e^{\operatorname{sen} x}$

$y' = e^{\operatorname{sen} x} \cdot \cos x$

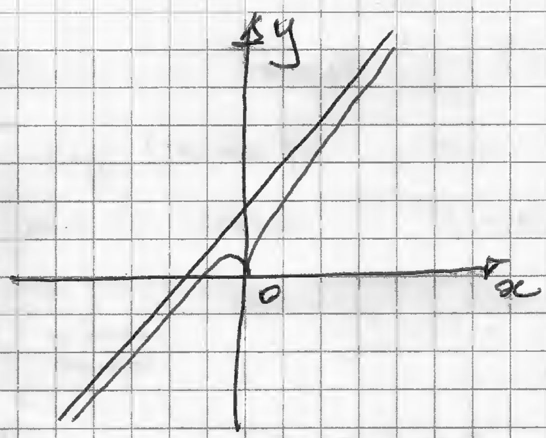
$y = \operatorname{sen}(e^x)$

$y' = \cos(e^x) \cdot e^x$

$y = (\operatorname{sen} x)^{e^x} = e^{\log(\operatorname{sen} x)^{e^x}} = e^{e^x \cdot \log(\operatorname{sen} x)}$

$y' = e^{e^x \log(\operatorname{sen} x)} \cdot \left(e^x \cdot \log(\operatorname{sen} x) + e^x \cdot \frac{1}{\operatorname{sen} x} \cdot \cos x\right)$

4)



5) $$\frac{x - \operatorname{Sh} x}{x - \operatorname{sen} x} = \frac{\cancel{x} - \left(\cancel{x} + \frac{x^3}{3!} + \cdots\right)}{\cancel{x} - \left(\cancel{x} - \frac{x^3}{3!} + \cdots\right)} \sim -1$$

$$\frac{x - \operatorname{Sh} x}{x - \operatorname{sen} x} \quad \frac{0}{0}$$

$$\frac{1 - \operatorname{Ch} x}{1 - \cos x} \quad \frac{0}{0}$$

$$\frac{0 - \operatorname{Sh} x}{0 + \operatorname{sen} x} \quad \frac{0}{0}$$

$$\frac{-\operatorname{Ch} x}{\cos x} \quad \frac{-1}{1} \quad -1$$