

(T)

1) Dato $z = -3 + 3\sqrt{3}i$;

(a) Calcolare $\sqrt[4]{z}$ (scrivendo anche le radici z_0, z_1, z_2, z_3) in forma trigonometrica e disegnare ;

(b) Calcolare e disegnare $\ln(z)$.

2) Determinare il carattere giustificando i passaggi e indicando anche il criterio usato :

(a) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n}{3^{2n} \cdot n!}$

(b) $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}$

3)
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin\left(\frac{n}{e^n}\right) \left[e^{1/n^3} - \cos\left(\frac{1}{2n}\right) \right]}{n \left(\sqrt{4 + \frac{4}{n^3}} - 2 \right) \cdot \arctan\left(\frac{n}{2e^n}\right)} =$$

4) Trovare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\ln(1+3x))}{e^x - 3^x}$$

(a) sia usando le stime asintotiche

(b) che usando il teorema di De L'Hôpital.

5) Scrivere lo sviluppo di Taylor di ordine 3 centrato in $x=0$ per

$$f(x) = \ln(1 + \sin(x))$$

(a) Sia usando la formula di Taylor

(b) che usando gli sviluppi di MacLaurin e confrontare i due risultati.

6) (a) $\int x^3 \sin(x) dx =$

(b) $\int_1^e \frac{\ln(1 + \ln(x))}{x} dx =$

7) $\int_0^{+\infty} (x^2 - x) e^{-x} dx =$

Dopo aver calcolato l'integrale improprio, determinare se converge o diverge.

8) Risolvere il problema di Cauchy e trovare la soluzione generale.

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = 2x \\ y(0) = 5 \\ y'(0) = 5 \end{cases}$$