

1) Trovare una forma esplicita di a_n usando $A(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$

$$\begin{cases} a_0 = 0 \\ a_n = 2a_{n-1} + 1, \quad n \geq 1 \end{cases}$$

2) Data la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{x^n}{n} - \frac{x^{n+1}}{n+1} \right]$ con $x \in [-1, 1]$
trovare la successione delle somme parziali $S_n(x)$ e determinare se la serie di funzioni converge puntualmente ed uniformemente in $[-1, 1]$. Se sì, indicare dove converge.

3) $\int_0^{\pi/2} x^3 \cos(2x) dx = ?$

4) $\int \frac{\sqrt{1-x} + 3}{\sqrt{1-x} + 1} dx = ?$

5) (a) $\int_1^e \frac{\ln(x)}{x(\ln^4(x)+1)} dx = ?$ (b) $\int \frac{2+2x+1}{(x^2+1)^2} dx = ?$

6) Calcolare l'integrale improprio e determinare se converge o diverge:

$$\int_2^{+\infty} \frac{2}{x^2-6x+10} dx$$

(Nota che $\lim_{R \rightarrow +\infty} \arctan(R) = \frac{\pi}{2}$)

7) Risolvere il problema di Cauchy e trovare la soluzione generale

$$\begin{cases} y'' - y' - 6y = e^{2x} \\ y(0) = 15/4 \\ y'(0) = -7/2 \end{cases}$$

(ricordarsi che la soluzione particolare è della forma $y_p(x) = Ae^{2x}$)

La risposta deve essere giustificata!

[Nota che $\arctan(0) = 0$
 $\arctan(1) = \frac{\pi}{4}$]