

1) Dato $z = -1 + i$,

- (a) Calcolare $\sqrt[4]{z}$ (sia scrivendo la formula generale che esplicitando tutte le radici z_0, z_1, z_2, z_3 in forma trigonometrica) e disegnare;
 (b) Calcolare e disegnare $\ln(z)$.

2) Calcolare il seguente limite utilizzando le stime asintotiche:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log_5 \left(1 + \frac{2}{n^2}\right) \left(5^{\tan(1/n^2)} - 1\right)}{\frac{1}{n} \arcsin\left(\frac{3}{n^3}\right)} = ?$$

3) Determinare il carattere delle seguenti serie giustificando i passaggi e indicando anche il criterio usato:

(a) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n)! 6^n}{(3n)!}$

(b) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1 + 3^{n+1}}{\pi^n}$

4) Dato $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin(3x)} - 1}{\ln(1 + \arctan(2x))}$ (Notare che $\arctan(0) = 0$)

trovare il limite (a) sia usando le stime asintotiche,

(b) che usando il teorema di De L'Hôpital.

5) Data la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(2x)}{x} & \text{se } x < 0 \\ e^x (ax + b) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

studiare la continuità e derivabilità in $x=0$ determinando i valori di "a" e "b"

6) $\int_0^{\pi/2} e^{2x} \sin(3x) dx = ?$

7) Calcolare l'integrale improprio e determinare se converge o diverge:

$$\int_{1/2}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2x} (2x+1)} dx$$

$$\left[\text{Notare che } \lim_{k \rightarrow +\infty} \arctan(k) = \frac{\pi}{2} \text{ e } \arctan(1) = \frac{\pi}{4} \right]$$

8) Risolvere il problema di Cauchy e trovare la soluzione generale:

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = 2x + 1 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = -5 \end{cases}$$

Ogni risposta deve essere giustificata!