

1) $(2\cos(x) - \sqrt{2})(2\sin(x) - \sqrt{3}) > 0$ con $x \in [0, 2\pi]$

2) (a) Dati $z_1 = -1 + \sqrt{3}i$ e $z_2 = -1 - i$, scrivere z_1^{15} e z_2^{20} in forma trigonometrica. Calcolare $z = \frac{z_1^{15}}{z_2^{20}}$ e scrivere z in forma algebrica.

(b) Scrivere z (trovato in (a)) sia in forma trigonometrica che in forma esponenziale.

3) Dato $z = -1 - \sqrt{3}i$,

(a) Calcolare $\sqrt[4]{z}$ (sia scrivendo la formula generale che esplicitando tutte le radici z_0, z_1, z_2, z_3) in forma trigonometrica e disegnare;

(b) Calcolare e disegnare $\ln(z)$.

4) Calcolare il seguente limite utilizzando le stime asintotiche:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln\left(1 + \frac{n}{8e^n}\right) \left[\sqrt{4 + \frac{4}{n^2}} - 2 \right]}{\sin\left(\frac{n}{e^n}\right) \left[e^{\frac{1}{2n^3}} - 1 + 1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right) \right]} = ?$$

5) Determinare il carattere giustificando i passaggi e indicando anche il criterio usato:

(a) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}$

(b) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{1/n} - 1}{n+1}$

(c) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin^2(n)}{n^2}$

6) Data la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n+1}$$

determinare il carattere giustificando i passaggi e indicando anche il criterio usato. Se la serie converge, converge assolutamente o semplicemente?

Ogni risposta deve essere giustificata!