

1) Dato

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{1 + \ln(1 + 4x)} - 1}{e^{\arctan(3x)} - 1}$$

(Notare che $\arctan(0) = 0$)

trovare il limite (a) sia usando le stime asintotiche;

(b) che usando il teorema di De L'Hôpital.

2) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^x(bx+a) & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{1 - \cos(x)}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

studiare la continuità e la derivabilità in $x=0$ determinando i valori di "a" e "b".

3) Scrivere lo sviluppo di Maclaurin di ordine 4 per la funzione

$$p(x) = (3 - 4x^2) \sin(2x) - 3x^2 e^{2x} - 6x + 3x^2 \quad \text{usando gli sviluppi di}$$

$$\text{Maclaurin: } \sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \dots, \quad e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

4) Data la funzione $y = \frac{x^3}{2(x+1)^2}$, studiare:

(a) C.E., segno ed intersezioni con gli assi;

(b) limiti ed asintoti;

(c) crescere/decrescere, i punti stazionari, massimo e minimo (se esistono) (trovando la derivata prima);

(d) concavità, punti di flesso (se esistono) (trovando la derivata seconda);

(e) con le informazioni ottenute, disegnare la funzione.

$$5) \int_0^{\pi/2} x^3 \cos(2x) dx = ?$$

6) Calcolare l'integrale improprio e determinare se converge o diverge:

$$\int_1^{+\infty} \frac{\ln(x)}{x(\ln^4(x) + 1)} dx$$

$$\left[\text{Notare che } \lim_{R \rightarrow +\infty} \arctan(R) = \frac{\pi}{2} \right]$$

Ogni risposta deve essere giustificata!