

1) Dato

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\sin(3x)} - 1}{\ln(1+\arctan(2x))}$$

(Notare che $\arctan(0) = 0$)

trovare il limite (a) sia usando le stime asintotiche;

(b) che usando il teorema di De L'Hôpital.

2) Dato la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos(2x)}{x} & \text{se } x < 0 \\ e^x(ax+b) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

studiare la continuità e la derivabilità in $x=0$ determinando i valori di "a" e "b".

3) Scrivere lo sviluppo di Maclaurin di ordine 4 per la funzione

$$p(x) = (4-3x^2)\sin(3x) - 2x^2e^{2x} - 12x + 2x^2 \text{ usando gli sviluppi di Maclaurin: } \sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \dots, e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

4) Dato la funzione $y = \frac{x^3}{x^2-1}$, studiare:

(a) C.E., segno ed intersezioni con gli assi;

(b) limiti ed asintoti;

(c) crescere/decrescere (trovando la derivata prima);

(d) concavità (trovando la derivata seconda);

(e) con le informazioni ottenute, disegnare la funzione.

$$5) \int_0^{\pi/2} e^{2x} \sin(3x) dx = ?$$

6) Calcolare l'integrale improprio e determinare se converge o diverge:

$$\int_{1/2}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2x}(2x+1)} dx$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{Notare che } \lim_{R \rightarrow +\infty} \arctan(R) = \frac{\pi}{2} \\ \text{e } \arctan(1) = \pi/4 \end{array} \right]$$

Ogni risposta deve essere giustificata!