

(4)

1) Trovare una forma esplicita di a_n usando $A(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$

$$\begin{cases} a_0 = 3 \\ a_n = 2a_{n-1}, n \geq 1 \end{cases}$$

2) Data la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty} \left[\frac{x^n}{n} - \frac{x^{n+1}}{n+1} \right]$ con $x \in [-1, 1]$

trovare la successione delle somme parziali $S_n(x)$ e determinare se la serie di funzioni converge puntualmente ed uniformemente in $[-1, 1]$, se sì, indicare dove converge.

3) $\int_0^{\pi/2} e^{2x} \sin(3x) dx = ?$

4) $\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx = ?$

5) (a) $\int_1^e \frac{\ln(x)}{x(1+4\ln^2(x))} dx = ?$

(b) $\int \frac{x+2}{x^2+x-6} dx = ?$

6) Calcolare l'integrale improprio e determinare se converge o diverge:

$$\int_{1/2}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2x} (2x+1)} dx$$

(Notare che $\lim_{R \rightarrow +\infty} \arctan(R) = \frac{\pi}{2}$ e $\arctan(1) = \frac{\pi}{4}$)

7) Risolvere il problema di Cauchy e trovare la soluzione generale:

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = 2x + 1 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = -5 \end{cases}$$

Ogni risposta deve essere giustificata!