

1) Dato

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\ln(1+3x))}{e^x - 3^x},$$

trovare il limite usando (a) sia le stime asintotiche
(b) che il teorema di De L'Hôpital

2) Determinare l'equazione della retta tangente alla curva
 $f(x) = \ln\left(\frac{x^x}{e^2}\right)$ nel punto $x_0 = e$.

3) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2\cos(x^3) & x \leq 0 \\ 2 - x^2 & 0 < x < 1 \\ a\ln(x^2) + b & x \geq 1 \end{cases}$$

trovare i valori di "a" e "b" in modo tale che f sia continua e derivabile in $x=0$ e in $x=1$.

4) Data la funzione $y = \frac{x^3}{x^2 - 4}$, studiare:

- (a) C.E., segno ed intersezioni con gli assi;
- (b) limiti ed asintoti;
- (c) crescere/decrescere, i punti stazionari, massimo, minimo (trovando la derivata prima);
- (d) concavità (trovando la seconda derivata);
- (e) con le informazioni ottenute, disegnare la funzione.

5) Scrivere lo sviluppo di Taylor di ordine 3 centrato in $x=0$ per
 $f(x) = \ln(1+\sin(x))$

(a) sia usando la formula di Taylor:

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)x^2}{2!} + \frac{f'''(0)x^3}{3!} + \dots$$

(b) che usando gli sviluppi di Maclaurin:

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots$$

(c) coincidono i due risultati?

Ogni risposta deve essere giustificata!