

Durante la prova è possibile consultare libri e appunti.

Se lo scritto è in 2 parti, svolgere parti distinte su fogli distinti. Ogni foglio deve riportare il numero di matricola.

In ogni esercizio occorre indicare chiaramente, per ogni risposta, il numero della domanda corrispondente

Nota Bene - Riportare lo svolgimento degli esercizi per esteso (quando l'esercizio richiede più passaggi di calcolo, non sarà preso in considerazione se riporta solo le soluzioni). Se una serie di calcoli coinvolge una o più frazioni semplici (numeratore e denominatore interi), per chiarezza, si conducano i calcoli **mantenendo tali numeri in forma frazionaria** fin dove possibile (non li si converta nelle loro approssimazioni con virgola e decimali: solo il risultato finale sarà eventualmente rappresentato in quest'ultima forma).

PARTE SECONDA

Esercizio A - Tre componenti (Serie, Parallelo e Stand-by)

Tre componenti identici e indipendenti hanno una vita regolata dalla densità di probabilità di fallimento $f(t) = c \exp(-2t)$ nell'intervallo $[0, +\infty]$ e nulla altrove.

1. Trovare il valore numerico di c .

Calcolare per il singolo componente

2. la funzione di fallibilità $F(t)$ e la funzione di sopravvivenza $S(t)$

3. la vita media $\langle t \rangle$

4. la moda t_{MODA} del tempo di vita

5. la vita mediana t_{MEDIANA}

Considerare il sistema costituito dal parallelo dei **3** componenti. Calcolare

6. la funzione fallibilità $F_{\text{PARALLELO}}(t)$ per tale sistema

7. la densità di probabilità di fallimento per tale sistema

8. la vita media $\langle t \rangle_{\text{PARALLELO}}$ per tale sistema

9. la moda $t_{\text{MODA-PARALLELO}}$ del tempo di vita per tale sistema

10. la vita mediana $t_{\text{MEDIANA-PARALLELO}}$ per tale sistema

Considerare il sistema costituito dalla serie dei **3** componenti. Calcolare

11. la funzione fallibilità $F_{\text{SERIE}}(t)$ per tale sistema

12. la densità di probabilità di fallimento per tale sistema

13. la vita media $\langle t \rangle_{\text{SERIE}}$ per tale sistema

14. la moda $t_{\text{MODA-SERIE}}$ del tempo di vita per tale sistema

15. la vita mediana $t_{\text{MEDIANA-SERIE}}$ per tale sistema

Considerare il sistema costituito dai 3 componenti posti in stand-by. Calcolare

16. la vita media $\langle t \rangle_{\text{STAND-BY}}$ di tale sistema

Esercizio B - OCR (Limite Poissoniano alla Binomiale)

Ho acquistato uno programma OCR il cui produttore garantisce che ogni carattere viene riconosciuto a meno di un errore che si verifica con probabilità $p=10^{-4}$. Mi accingo a convertire tramite questo software un testo di $n = 20000$ caratteri:

Qual è la probabilità di ottenere

1. nessun errore di conversione?

2. almeno un errore?

3. esattamente un errore?

4. esattamente due errori?

5. esattamente tre errori?

6. al più tre errori?

Esercizio C - Ricerca Bachi (Geometrica, Binomiale, Poissoniana e Gaussiana)

In un codice di **2500** istruzioni (corrispondenti ad altrettante righe di codice) sono stati inseriti accidentalmente **25** bachi. Assumiamo per semplicità che ciascuno possa essere scoperto esaminando una specifica riga di codice. Un tester si appresta a verificare individualmente un sotto-insieme di righe scelte a caso.

0) Se esegue una singola verifica (una verifica corrisponde al controllo di correttezza di una singola riga di codice) qual è la probabilità **p** che trovi un baco?

1) Quante verifiche deve effettuare in media prima di rilevare il primo baco?

2) Se esegue **n=5** verifiche qual è la probabilità che trovi almeno un baco?

3) Se esegue **n=5** verifiche qual è la probabilità che trovi almeno due bachi?

4) Se **n=25** verifiche qual è la probabilità che queste trovino rispettivamente **0, 1, 2** bachi?

5) Se **n=250** verifiche, si dica con il **68,3%** di probabilità, quante corrispondono ad un baco? (si esprima un intervallo e si utilizzino, se occorre, degli arrotondamenti a valori interi)

(Nota - Si può assumere che una riga possa essere verificata ripetutamente: quando si sceglie la successiva riga da controllare non si mettono in disparte le righe già verificate; questa assunzione garantisce la mutua indipendenza delle singole verifiche)

Esercizio D - Staffetta (Gaussiana, Legge 3-sigma)

Quattro sportivi dilettanti partecipano ad una staffetta quattro per cento di corsa nei sacchi, ciascuno ha un tempo di percorrenza medio (relativo ai suoi cento metri di competenza) di **$\mu_1=128$** secondi con una deviazione standard di **$\sigma_1=3$** secondi. Se i tempi di percorrenza di ciascuno seguono una distribuzione normale e se sono indipendenti gli uni dagli altri, qual è la probabilità che complessivamente impieghino meno di **500** secondi a completare la staffetta?

Esercizio E - Camelidi (Media e varianza, funzioni generatrici delle probabilità)

In una riserva sono raggruppati nello stesso parco **3** dromedari, **2** cammelli e **1** lama. Durante quella giornata tre visitatori transitano nel parco durante un safari fotografico e ciascuno di essi scatta (da debita distanza) una foto ad un camelide a caso. Dire qual è

1. la distr. della variabile **i** che rappresenta il numero di gobbe fotografate da un singolo fotografo

2. la distr. della variabile **k** che rappresenta il numero di gobbe fotografate in totale dai **n=3** fotografi

3. la media $\langle k \rangle$ di tale variabile

4. la varianza **Var(k)** di tale variabile

5. il momento secondo $\langle k^2 \rangle$ di tale variabile

(Nota - il cammello ha 2 gobbe, il dromedario 1 gobba e il lama ha 0 gobbe)